**Нестандартные способы умножения чисел.**

*«Умноженье - мое мученье,*

*а с делением - беда».*

*(Народная поговорка)*

Откуда появились числа? Как раньше происходило умножение? Действительно ли так прост ли наш современный способ умножения?

Какие еще существуют способы умножения больших чисел?

Задачи:

- узнать происхождение чисел

- познакомиться с историей действия умножения.

- найти описания старинных способов умножения

- рассмотреть некоторые приемы устного умножения

План:

1. История возникновения чисел.
2. Обозначения чисел в разных странах мира.
3. Нестандартные способы умножения чисел.

* Перекрестное умножение
* Египетское умножение
* Японский метод умножения
* Итальянский метод
* Русский способ умножения чисел
* Индийский способ
* Китайский способ умножение
* Детский способ умножения

1. Метод Трахтенберга.
2. Методы быстрого умножения от Перельмана.
3. Таблица Оконешникова

**I Раздел.**

**История возникновения чисел.**

**Возникновение счета в Древнем мире.**

*«Наши первоначальные представления о числе и форме относятся к очень*

*отдаленной эпохе древнего каменного века – палеолита. В течение*

*сотен тысячелетий этого периода люди жили в пещерах, в условиях, мало*

*отличавшихся от жизни животных, и их энергия уходила преимущественно на*

*добывание пищи простейшим способом – собиранием её, где только это было*

*возможно. Люди изготовляли орудия охоты и рыболовства,*

*создавали произведения искусства, статуэтки и рисунки.*

*Пока не произошёл переход от простого собирания пищи к активному её*

*производству, от охоты и рыболовства к земледелию, люди мало продвинулись в*

*понимании числовых величин и пространственных отношений. Лишь с наступлением*

*этого фундаментального перелома, переворота, когда пассивное отношение*

*человека к природе сменилось активным, мы вступили в новый каменный век, в*

*неолит.»*

В древности стало существовать множество племен, в языке которых были названия только двух чисел: «один» и «два». С помощью этих названий, люди и составляли числа (Напоминает двоичную систему исчисления, верно?).

Туземцы называли единицу «урупан», а двойку «окоза» .

«окоза – урупан» означало тройку

«окоза – окоза» - четверку

«окоза-окоза-урупан» число пять

«окоза-окоза-окоза» - шесть

А вот начиная с семерки, люди говорили «много» или «множество».

Племя реки Муррейтоже имело только 2 названия чисел: 1 – «энэа», 2 –

«петчевал». Составления чисел у племени были схожи с составлением чисел у Туземцев.

Вскоре предметами вычислений стали пальцы рук. Тогда развитие счета значительно ускорилось.

Участие пальцев в счёте помогло человеку переступить за число четыре, так как когда все пальцы на одной руке стали считаться равноценными единицами, это сразу позволило довести исчесление до пяти. Дальнейшее развитие счёта потребовало усложнения счётного аппарата, и человек нашёл выход, привлекая к счёту сначала пальцы второй руки, а затем, распространяя свой приём на пальцы ног (для племён, не носивших обуви, использование пальцев ног было вполне естественным).

Так, для выражения числа «двадцать» индейцы Южной Америки

противопоставляют пальцы на руках пальцам на ногах.

Но со временем хозяйство племен становилось все более сложным и обширным. Чаще приходилось сосчитывать все большее количество различных предметов, и установление численности при помощи счета на пальцах перестало удовлетворять людей.

Люди постепенно привыкали при счете располагать предметы группами по два, по десять и более. Появились специальные слова для обозначения таких устойчивых совокупностей предметов.

Так, у туземцев Флориды слово «на-куа» означало 10 яиц,

«на-банар» - 10 корзин. Но слово «на», которое, казалось бы, соответствует числу 10, отдельно не употреблялось.

В основном числа использовали для подсчета скота. Тогда это считалось неким эквивалентом деньгам. Числа для подсчета животных все знали хорошо и быстро осваивали их. Они-то и стали теми универсальными числами, которые позволили считать любые предметы.

Вместе с ними образовались и «числа-совокупности», которые позже превратились в десятки, сотни и тысячи.

**История возникновения арабских чисел.**

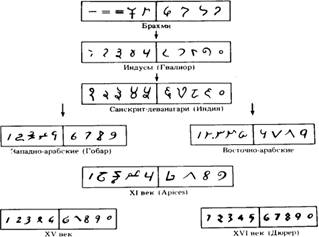
История происхождения наших привычных «арабских» чисел очень запутана. Нельзя сказать точно и достоверно, как они произошли.

Как мы уже знаем, в вавилонской системе исчисления присутствует знак для обозначения пропущенных разрядов. Примерно во II веке до н.э. с астрономическими наблюдениями вавилонян познакомились греческие астрономы (например, Клавдий Птолемей). Они переняли их позиционную систему счисления, но целые числа они записывали не с помощью клиньев, а в своей алфавитной нумерации, дроби в вавилонской шестидесятеричной системе счисления. Но для обозначения нулевого значения разряда греческие астрономы стали использовать символ "0" (первая буква греческого слова Ouden - ничто).

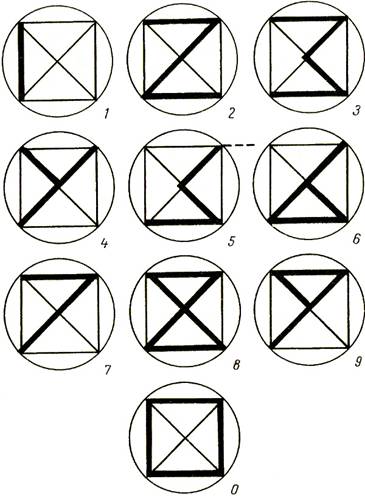
Между II и VI веками н.э. индийские астрономы познакомились с греческой астрономией. Они переняли шестидесятеричную систему и круглый греческий нуль. Индийцы соединили принципы греческой нумерации с десятичной мультипликативной системой ,взятой из Китая. Так же они стали обозначать цифры одним знаком, как было принято в древнеиндийской нумерации брахми. Это и был завершающий шаг в создании позиционной десятичной системы счисления.

Блестящая работа индийских математиков была воспринята арабскими математиками. Аль-Хорезми в IX веке написал книгу "Индийское искусство счета", в которой описывает десятичную позиционную систему счисления. Простые и удобные правила сложения и вычитания сколь угодно больших чисел, записанных в позиционной системе, сделали ее особенно популярной в среде европейских купцов.

В XII в. Хуан из Севильи перевел на латынь книгу "Индийское искусство счета", и индийская система счета широко распространилась по всей Европе. А так как труд Аль-Хорезми был написан на арабском языке, то за индийской нумерацией в Европе закрепилось неправильное название - "арабская". Но сами арабы именуют цифры индийскими, а арифметику, основанную на десятичной системе - индийским счетом.



Форма «арабских» цифр со временем сильно изменялась. Та форма, в которой мы их пишем, установилась в XVI веке.



Даже Пушкин предложил свой вариант формы арабских чисел. Он решил, что все десять арабских цифр, включая нуль, помещаются в магическом квадрате.

**История возникновения нуля.**

Как же появился нуль?

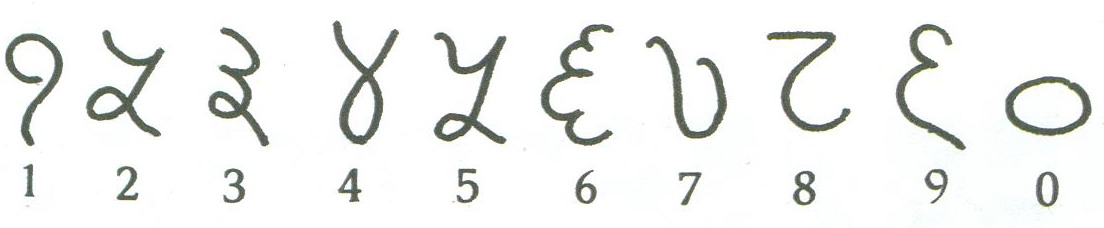
Мы видели, что уже вавилоняне употребляли межразрядовый знак. Начиная со II в. до н. э. греческие ученые познакомились с многовековыми астроно­мическими наблюдениями вавилонян. Вместе с их вычислительными таблицами они переняли и вави­лонскую шестидесятеричную систему счисления, но только числа от 1 до 59 записывали не с помощью клиньев, а в своей, алфавитной нумерации. Но са­мое замечательное было то, что для обозначения про­пущенного шестидесятеричного разряда греческие астрономы начали употреблять символ О (первая буква греческого слова O υ δ έ ν — ничто). Этот знак, по-видимому, и был прообразом нашего нуля.

Действительно, индийцы, владевшие уже мульти­пликативным принципом записи чисел, как раз между II и VI вв. и. э. познакомились с греческой астрономией. Это видно из того, что они переняли и общие теоретические положения этой астрономии, и многие греческие термины.

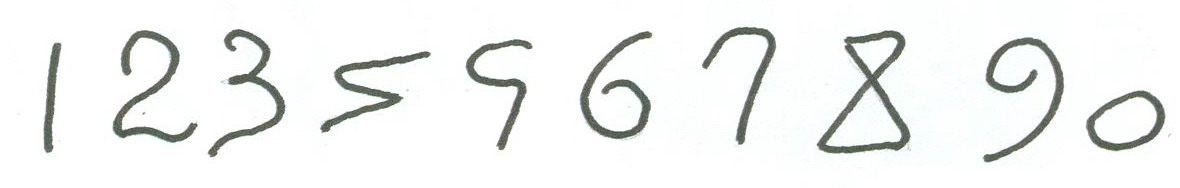
Одновременно они должны были познакомиться с шестидесятеричной нумерацией и греческим круг­лым нулем - Индийцы и соединили принципы нуме­рации греческих астрономов со своей десятичной мультипликативной системой. Это и был завершаю­щий шаг в создании нашей нумерации.

Из Индии новая система распространилась по всему миру. При этом одни народы переняли у ин­дийцев только принцип обозначения чисел, другие заимствовали и написание цифр.

Древние индийцы изобрели для каждой цифры свой знак. Вот как они выглядели:



Однако Индия была оторвана от других стран, - на пути лежали тысячи километров расстояния и высокие горы. Арабы были первыми «чужими», которые заимствовали цифры у индийцев и привезли их в Европу. Чуть позже арабы упростили эти значки, они стали выглядеть вот так



В России, как мы уже знаем, в старину употреб­лялась алфавитная система, которая имеет много преимуществ по сравнению с римской. Но и здесь новая нумерация быстро вошла в употребление: во всех без исключения математических рукописях XVII в. применялась десятичная позиционная си­стема счисления. При Петре I индийские цифры уже вытесняют на монетах славянские, а позднее славян­ские цифры вообще быстро исчезают из обихода.

**II Раздел.**

**Обозначения чисел в разных странах мира.**

- **Обозначение чисел в Египте**

**СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ: десятичная**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Единицу обозначали одной вертикальной чертой, а для обозначения чисел, меньших **10**, нужно было поставить соответствующее число вертикальных штрихов. Если штрихов нужно изобразить несколько, то их объединяли в группы из трех или четырех черт и изображали в несколько рядов, причем в нижнем должно быть столько же штрихов сколько и в верхнем, или на одну больше.  http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1eg.jpg- jj1пропhttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/5eg.jpg - jj5 |  | |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10eg.jpg  10  http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10eg.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10eg.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10eg.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10eg.jpg  40 |  | Для обозначения числа **10**, основания системы, египтяне вместо десяти вертикальных черт ввели новый коллективный символ, напоминающий по своим очертаниям подкову или крокетную дужку. Подобными путами египтяне связывали коров.  Если нужно изобразить несколько десятков, то иероглиф повторяли нужное количество раз. Тоже самое относится и к остальным иероглифам. |
|  |  |  |

Множество из десяти подковообразных символов, т.е. число **100**, они заменили другим новым символом, напоминающим силки; десять силков, т.е. число **1 000**, египтяне обозначили стилизованным изображением лотоса. Продолжая в том же духе, египтяне обозначили десять лотосов согнутым пальцем, десять согнутых пальцев – волнистой линией и десять волнистых линий – фигуркой удивленного человека. В итоге древние египтяне могли представлять числа до миллиона.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/100eg.jpg | http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1000eg.jpg | http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10000eg.jpg | http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10_5eg.jpg | http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10_6eg.jpg | http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10_7eg.jpg |
| 100 | 1 000 | 10 000 | 100 000 | 1 000 000 | 10 000 000 |

Самые древние из дошедших до нас математических записей высечены на камне, но наиболее важные свидетельства древнеегипетской математической деятельности запечатлены на гораздо более хрупком и недолговечном материале – папирусе. **Два таких документа – папирус Ринда, (ок. *1650 до н.э.*) и московский папирус, или папирус Голенищева (ок. *1850 до н.э.*) – служат для нас основными источниками сведений о древнеегипетских арифметике и геометрии**.

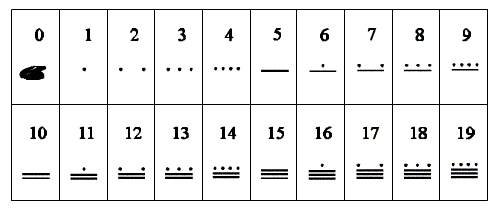
- **Обозначение чисел в Америке**

Исследователи, путешествовавшиев *16 в.* по Центральной Америке, обнаружили цивилизации с высокоразвитыми системами счисления, отличными от тех, которые были известны в Европе.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *«Племя Майя жило в Центральной Америке в течение первого тысячелетия и во время своего расцвета имело одну из наиболее развитых и очаровательных культур этого периода. Хотя они и не знали, что такое колесо и упряжные животные, но зато превосходили других в областях плетения, архитектуры и изготовления глиняной посуды.*  *Но истинно поразительными были их достижения в областях астрономии и математики. Пока Европа тащилась через темное средневековье, жрецы и астрономы племени Майя определили по солнцу, что продолжительность года составляет* ***365.242*** *дня (современное измерение:* ***365.242198****), а длина лунного цикла равна* ***29.5302*** *дням (современное измерение:* ***29.53059****). Такие удивительно точные результаты были едва возможны без мощной системы записи числа».* |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  |  |
|  |
|  |
|  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

**Жрецы и астрономы племени использовали систему счисления с основанием 20.** Необычная, по тому времени, **их система включала позиционность и нуль**. Оба этих понятия были полностью неизвестны европейцам в это время. Первые девятнадцать чисел системы счисления были представлены точками и черточками, согласно следующей таблице:



Нуль записывался как символ, похожий на раковину (домик улитки). Многозначные числа большие **19**, записывались вертикально, начиная с единиц высшего разряда сверху вниз.

Числа системы счисления майя носили следующие названия:

* **кин** - единицы,
* **виналь** - двадцатки,
* **тун** - 400,
* **катун** - 8000,
* **бактун** -160 000.

|  |  |
| --- | --- |
| Например, число **79** записывалось так: | http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/m_ch1.gif |
|  |  |

Нетрудно заметить, что **79** = **3** x **20** + **19**, т.е. цифру второго разряда жрецы определяли, как произведение количества единиц на число **20**.

Из-за различий с календарной системой племени Майя, цифра третьего разряда определялась не при помощи множителя **400** (**20** x **20**), как ожидалось, а **360**. Со всеми последующими цифрами более высоких разрядов поступали следующим образом: цифра четвертого разряда рассчитывалась при помощи множителя **7200** (**360** x **20**), пятого - **144000** (**7200** x **20**), и так далее.

Тогда, число **13495** = **(1** x **7200** + **17** x **360** + **8** x **20** + **15)** имеет вид:http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/m_ch2.gif

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Числа в системе счисления древних майя записывались в столбец, причем верхние символы были старшими. Самая нижняя позиция соответствовала разряду единиц; «этажом выше» располагалось число двадцаток. Еще выше единица соответствовала не кратным числа **400**, как можно было бы ожидать, а кратным числа **360**. |  |  |

Если бы эта последовательность увеличивалась без "нарушения" в третьем разряде, **тун** равнялся бы **400 кинам**. Однако при переходе от **биналя** к **туну** вводится множитель **9,** и **тун** равен **18**, а не **20 виналям**, то есть **360 кинам**, или **дням**. Далее последовательность вновь возвращается к стандартному закону увеличения в 20 раз, хотя и несет в себе "искажение", вызванное появлением множителя **9** между вторым и третьим разрядами.

Приведенные девять членов возрастающей последовательности представляют собой систему Майя, откорректированную ими специально для исчисления временных периодов на Земле, а число **9** связано с самой концепцией времени. В любом случае, этот ряд является отклонением от "чистого счета" Майя. Наша позиционная математика десятична, то есть основана на кратных числа **10**, а майянский "чистый счет" двадцатиричен, основан на числе **20**.

- **Обозначение чисел в Аравии.**

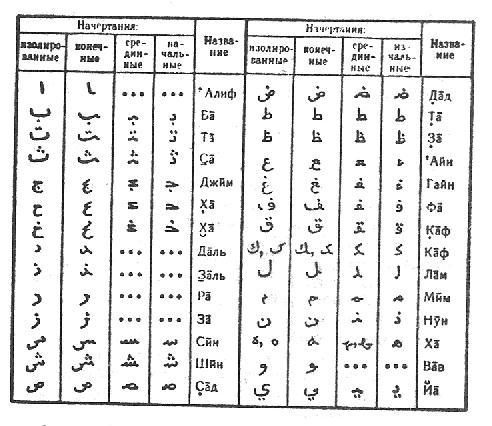
Это, самая распространенная на сегодняшний день нумерация. Название "арабская" для нее не совсем верно, поскольку хоть и завезли ее в Европу из арабских стран, но там она тоже была не родной. **Настоящей родиной такой нумерации является Индия.**

До хиджры арабы записывали числа словами, но затем, как это делали ранее греки, они стали обозначать числа буквами своего алфавита.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | **В *772* году** индийский трактат *«Сидданта»* был привезен в Багдад и переведен на арабский, после чего стали использоваться две системы записи чисел:  **1.** В астрономии по-прежнему употребляли алфавитную систему,  **2.** В торговых расчетах купцы стали применять систему, заимствованную из Индии.  Но даже среди тех, кто пользовался индийской системой, начертания цифр, как и в Индии, сильно варьировали. |
|  |  |  |
|  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Решающую роль в распространении индийской нумерации в арабских странах сыграло руководство, составленное в начале IX века Мухаммедом Аль Хорезми.** Оно было переведено в Западной Европе на латинский язык в *XII веке*. В *XIII веке* индийская нумерация получает преобладание в Италии. В других странах она распространяется к *XVI веку*. Европейцы, заимствовав нумерацию у арабов, называли ее "арабской". Это исторически неправильное название удерживается и поныне. |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

Из арабского языка заимствовано и слово **"цифра" (по-арабски "сыфр"), означающее буквально "пустое место"** (перевод санскритского слова "сунья", имеющего тот же смысл). Это слово применялось для названия знака пустого разряда, и этот смысл сохраняло до *XVIII века*, хотя еще в *XV веке* появился латинский термин "нуль" (nullum - ничто).



(Старинные обозначения арабских цифр)

|  |  |
| --- | --- |
|  | Форма индийских цифр претерпевала многообразные изменения.  Марокканский историк Абкелькари Боужибар считает, что арабским цифрам в их первоначальном варианте, было придано значение в строгом соответствиии с числом углов, которые образуют фигуры.  Так, единица создает лишь один угол, тройка - три, пятерка - пять и т.п. нуль не образует никакого угла, поэтому он не имеет никакого содержания. |

Та форма, которой мы сейчас пользуемся, установилась в *XVI веке*.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | **- современная форма записи** |

- **Обозначение чисел в Вавилоне.**

**В древнем Вавилоне примерно за *40 веков до нашего времени* создалась позиционная нумерация**, то есть такой способ записи чисел, при котором одна и та же цифра может обозначать разные числа, смотря по месту, занимаемому этой цифрой.

|  |
| --- |
| Письменность шумеров является, по-видимому, столь же древней, как и письменность египтян. Развитие способов представления чисел в Месопотамской долине вначале шло так же, как и в долине Нила, но затем жители Междуречья ввели совершенно новый принцип. Вавилоняне делали записи острой палочкой на мягких глиняных табличках, которые затем обжигались на солнце или в печи. Эти записи оказались исключительно долговечными, а потому, в отличие от египетских папирусов, дошедших до нас в весьма малом числе экземпляров, в музеях мира хранятся десятки тысяч клинописных табличек. Однако жесткость материала, на котором жители Месопотамии делали записи, оказала глубокое влияние на развитие числовых обозначений. |
|  |
|  |

Письменность шумеров является, по-видимому, столь же древней, как и письменность египтян. Развитие способов представления чисел в Месопотамской долине вначале шло так же, как и в долине Нила, но затем жители Междуречья ввели совершенно новый принцип. Вавилоняне делали записи острой палочкой на мягких глиняных табличках, которые затем обжигались на солнце или в печи. Эти записи оказались исключительно долговечными, а потому, в отличие от египетских папирусов, дошедших до нас в весьма малом числе экземпляров, в музеях мира хранятся десятки тысяч клинописных табличек. Однако жесткость материала, на котором жители Месопотамии делали записи, оказала глубокое влияние на развитие числовых обозначений.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Через некоторое время после того, как Аккад завоевал шумеров, система счисления в Месопотамии стала шестидесятиричной, хотя сохранилось также и основание **10**.  Казавшееся правдоподобным предположение относительно того, почему выбор пал на число **60** как на основу вавилонской системы счисления, и утверждавшее, будто это связано с тем, что продолжительность земного года считалась равной **360** дням, не получило подтверждения. Ныне принято считать, что шестидесятиричная система была выбрана из метрологических соображений: число **60** имеет много делителей. | | |
|  | |  |  | |

Для малых чисел вавилонская система счисления в основных чертах напоминала [египетскую](http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/egip.htm). Одна вертикальная клинообразная черта (в раннешумерских табличках – небольшой полукруг) означала единицу; повторенный нужное число раз, этот знак служил для записи чисел меньше десяти; для обозначения числа **10** вавилоняне, как и египтяне, ввели новый коллективный символ – более широкий клиновидный знак с острием, направленным влево, напоминающий по форме угловую скобку, (в раннешумерских текстах – небольшой кружок).

http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpg- 1 рррhttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10_bab.jpg - 10

Повторенный соответствующее число раз, этот знак служил для обозначения чисел **20**, **30**, **40** и **50**. Принцип повторного использования знаков позволял, например, записать число **59** в виде

http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/10_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpg, т.е. **59** = **5** х **10** + **9**.

Но для записи чисел больше **59** древние вавилоняне впервые использовали новый принцип – одно из самых выдающихся достижений в развитии систем обозначений чисел – принцип позиционности, т.е. зависимости значения символа от его местоположения в записи числа.

Вавилоняне заметили, что в качестве коллективных символов более высокого порядка можно применять уже ранее использованные символы, если они будут занимать в записи числа новое положение левее предыдущих символов.

Так, один клиновидный знак мог использоваться для обозначения и **1**, и **60**, и **602**, и **603**, в зависимости от занимаемого им в записи числа положения, подобно тому, как единица в наших обозначениях используется в записях и **10**, и **102**, и **103**. При обозначении чисел больше **60** знаки, выступающие в новом качестве, отличались от старых тем, что символы разбивались на «места», или «позиции», и единицы более высокого порядка располагались слева, с небольшими пробелами между ними. При таком способе записи для обозначения сколь угодно больших чисел уже не нужно было других символов, кроме уже известных.

Так, например, число **302** будет иметь вид:

http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpgолоhttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpg , то есть **302** = **5** х **60** + **2**

А число **3725**:

http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpgрррhttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpgрррhttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpg , то есть **3725** = **1** х **60** х **60** + **2** х **60** + **5**

В Древнем Вавилоне, ок. *1650 до н.э.*, система счисления оставалась псевдопозиционной или лишь относительно позиционной, поскольку не существовало эквивалента современной десятичной запятой, равно как и символа для обозначения отсутствующей позиции.

Однако в период правления селевкидов, ок. *300* *до н.э.*, эта неоднозначность была устранена введением специального символа в виде двух небольших клиньев, помещаемого на пустующее место, т.е. обозначающего пустую позицию в записи числа. Таким образом, из системы счисления была устранена отмеченная выше неоднозначность.

При отсутствии разряда вставлялся значок http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/0_bab.jpg, игравший роль нуля. Однако отсутствие низшего разряда не обозначалось, и поэтому число **180** = **3** х **60** записывалось так http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpghttp://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/1_bab.jpg, а обозначать эта запись могла и **3**, и **180**, и **10800** (**3** х **60** х **60**), и т. д. Различать эти числа можно было только по смыслу текста.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Именно поэтому вавилонскую систему мы считаем лишь относительно позиционной, ибо самый правый знак мог означать либо единицы, либо кратные какой-нибудь степени числа **60**. Тем не менее изобретение вавилонянами позиционной системы счисления с нулем представляло собой огромное достижение, по своему революционному значению для математики сопоставимое разве лишь с более поздней гипотезой Коперника в астрономии.  В исключительных случаях вавилоняне применяли сокращенные формы записи, иногда – с новыми символами для обозначения чисел **100** и **1000**, или использовали принципы умножения или вычитания.  Шестидесятеричная запись целых чисел не получила широкого распространения за пределами Ассиро-вавилонского царства, но шестидесятеричные дроби проникли далеко за эти пределы: Ближний Восток, Средняя Азия, Северная Африка, Западная Европа пользовались ими. Они широко применялись, особенно в астрономии, вплоть до изобретения десятичных дробей, т. е. До начала XVII века. |  |  |
|  |  |  |

Как и в нашей собственной десятичной позиционной системе, в древневавилонской системе подразумевалось, что на первом месте справа от единиц стоят величины, кратные **1/60**, на втором месте – величины кратные **1/602** и т.д. Привычное нам деление часа и углового или дугового градуса на **60** минут, а одной минуты – на **60** секунд берет начало от вавилонской системы счисления.

* **Обозначение чисел в Греции**

В Древней Греции имели хождение две основных системы счисления – **аттическая** (или **геродианова**) и **ионическая** (она же **александрийская** или **алфавитная**).

**Аттическая система** счисления использовалась греками, по-видимому, уже к *5 в. до н.э*. По существу **это была десятичная система** (хотя в ней также было выделено и число пять), а аттические обозначения чисел использовали повторы коллективных символов.

Черта, обозначавшая единицу, повторенная нужное число раз, означала числа до четырех. После четырех черт греки вместо пяти черт ввели новый символ Г(древнее начертание буквы **"Пи"**, с которой начиналось слово **"пять"** - **"пенте"**). Дойдя до десяти, они ввели еще один новый символ ****, первую букву слова **«дека»** (*десять*). Так как система была десятичной, грекам потребовались новые символы для каждой новой степени числа **10**: символ ***H*** означал **100** (*гекатон*), ***X*** – **1 000** (*хилиои*), символ ***M*** – **10 000** (*мириои* или *мириада*).

**Ионическая система счисления** – **алфавитная** – получила широкое распространение в начале Александрийской эпохи (примерно *3 в. до н.э.*), хотя возникнуть она могла несколькими столетиями раньше, по всей видимости, уже у пифагорейцев. Эта более тонкая **система счисления была чисто десятичной**, и числа в ней обозначались примерно так же, как в древнеегипетской иератической системе.

Для обозначения первых девяти целых кратных числа **1 000** греки частично воспользовались древневавилонским принципом позиционности, снова использовав первые девять букв греческого алфавита, снабдив их штрихами ' слева. Любая буква с этим значком сразу же становилась в тысячу раз больше.

Чтобы отличить числа от слов, греки над соответствующей буквой ставили горизонтальную черту.

Первоначально числа обозначались прописными буквами, но позднее сменились на строчные.

|  |
| --- |
| Ионическая система первоначально не сильно потеснила уже установившуюся аттическую или акрофоническую (по начальным буквам слов, означавших числительные) системы исчисления. По-видимому, официально она была принята в Александрии во времена правления Птолемея Филадельфийского и в последующие годы распространилась оттуда по всему греческому миру, включая Аттику. |
|  |  |
|  |  |

Переход к ионической системе счисления произошел в золотой век древнегреческой математики и, в частности, при жизни двух величайших математиков античности.

|  |
| --- |
| Есть нечто большее, чем просто совпадение, в том, что именно тогда Архимед и Аполлоний работали над усовершенствованием системы обозначения больших чисел. Архимед, придумавший схему октад (эквивалентную современному использованию показателей степени числа **10**), гордо заявлял в своем сочинении «Псаммит» («Исчисление песчинок»), что может численно выразить количество песчинок, необходимых для того, чтобы заполнить всю известную тогда Вселенную. Изобретенная им система обозначения чисел включала число, которое ныне можно было бы записать в виде единицы, за которой следовало бы восемьдесят тысяч миллионов миллионов цифр. |

С помощью простого введения диакритических знаков наподобие тех, которые греки применяли для обозначения тысяч, алфавитное обозначение целых чисел можно было бы легко приспособить для обозначения десятичных дробей, но этой возможностью они не воспользовались.

|  |
| --- |
| Вместо этого для обозначения дробей греки использовали приемы древних египтян и вавилонян. Египетское влияние в Греции было достаточно сильным, чтобы навязать грекам употребление лишь аликвотных дробей, однако большие вычислительные удобства системы счисления вавилонян побудили живших позднее александрийских астрономов перейти к использованию шестидесятеричных дробей. Переняв Вавилонскую систему счисления, греки заменили месопотамскую клинопись своими буквенными обозначениями. |

В более поздний период в вавилонской шестидесятиричной системе имелся **специальный символ для обозначения «пустой» позиции**, и греческие астрономы ввели для этой цели букву омикрон. Неясно, был ли такой выбор подсказан тем, что с этой буквы начиналось слово **оуден** (*ничто*). Сходство греческой буквы О с современным обозначением нуля может быть чем-то большим, чем случайное совпадение, но у нас нет точных данных, позволяющих утверждать это со всей определенностью.

Поскольку греки работали с обыкновенными дробями лишь эпизодически, они использовали различные обозначения. Герон и Диофант, самые известные арифметики среди древнегреческих математиков, записывали дроби в алфавитной форме, причем числитель располагали под знаменателем. Но в принципе предпочтение отдавалось либо дробям с единичным числителем, либо шестидесятеричным дробям.

|  |  |
| --- | --- |
| http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/grec_4.jpg | Недостатки греческих обозначений дробных чисел, включая использование шестидесятеричных дробей в десятичной системе счисления, объяснялись отнюдь не пороками основополагающих принципов. Недостатки греческой системы счисления можно отнести скорее за счет их упорного стремления к строгости, которое заметно увеличило трудности, связанные с анализом отношения несоизмеримых величин. Слово «число» греки понимали как набор единиц, поэтому то, что мы теперь рассматриваем как единое рациональное число – дробь, – греки понимали как отношение двух целых чисел. Именно этим объясняется, почему обыкновенные дроби редко встречались в греческой арифметике. Кроме того, десятичные представления обыкновенных дробей в большинстве случаев бесконечны. А поскольку бесконечность была исключена из строгих рассуждений, теоретическая арифметика не нуждалась в такого рода представлениях. |
|  |  |

С другой стороны, областью, в которой практические вычисления испытывали величайшую потребность в точных дробях, была астрономия, а здесь вавилонская традиция была настолько сильна, что шестидесятеричная система обозначений угловых, дуговых и временных величин сохраняется и поныне.

**- Обозначение чисел в Европе**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Первым европейским ученым, о котором достоверно известно, что он ввел в употребление в Европе арабские цифры, был Герберт, работавший в Испании и позднее (в *999-м*) ставший папой Сильвестром II. В *12 в*. Хуан из Севильи перевел на латынь трактат **De numero indorum** (Об индийских числах) арабского математика Аль-Хорезми. Когда в следующем веке индийские обозначения стали широко известными, новая система получила название алгоритм – от искаженного Аль-Хорезми. | | | |  |
| Через пару столетий европейские алгоритмики одержали верх и над абацистами, и над теми, кто пользовался римскими цифрами в вычислениях с целыми числами, но лишь с *1585* индо-арабская система обозначений, систематически расширяясь, стала использоваться и применительно к дробям. | | | | |
| В том же году Симон Стевин опубликовал свой небольшой трактат De Thiende (Десятина), в котором он предложил записывать в виде http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/euroup.gifили http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/euroup2.gifчисло, которое мы записали бы как **6789**.  В ***17 в***. вошла в употребление десятичная запятая (или точка), которой стали отделять целую часть числа от дробной, после чего европейцы отказались от предложенной Стевином индексации разрядов. После этих изменений развитие современной системы счисления завершилось. Это отнюдь не означает, будто была достигнута полная стандартизация в названиях или обозначениях чисел. В Америке и Франции биллион означает тысячу миллионов, а в Англии и Германии – миллион миллионов; в континентальной Европе часто используется десятичная запятая, а в англосаксонских странах предпочитают ставить десятичную точку; англосаксы используют запятые, чтобы отделять степени тысячи, в некоторых странах для этой цели служит точка. |  |  |  |  |

- **Обозначение чисел в Италии.**

Это, наверное, самая известная нумерация, после арабской. С нею мы достаточно часто сталкиваемся в повседневной жизни. Это номера глав в книгах, указание века, числа на циферблате часов, и т. д.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Римские обозначения чисел известны ныне лучше, чем любая другая древняя система счисления. Объясняется это не столько какими-то особыми достоинствами римской системы, сколько тем огромным влиянием, которым пользовалась Римская империя в сравнительно недавнем прошлом.  Этруски, завоевавшие Римскую империю в *7 в. до н.э.*, испытали на себе влияние восточно-редиземноморских культур. Этим отчасти объясняется сходство основных принципов римской и аттической систем счисления. Обе системы были десятичными, хотя в обеих системах счисления особую роль играло число пять. Обе системы использовали при записи чисел повторяющиеся символы. | http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/rim5.jpg | |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

Цифры римской нумерации имеют следующее начертание:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| I | V | X | L | C | D | M |
| 1 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 |

Прежде знак M изображался знаком **Ф**, потому то **500** и стал изображать знак **D** как "половина" **Ф**. Так же построена и пары **L** и **C**, **X** и **V**.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/rim2.jpg | | Хотя о первоначальном значении этих символов было написано много, но достоверного объяснения не существует. Согласно одной из распространенных теорий, римская цифра **V** изображает раскрытую руку с четырьмя прижатыми друг к другу пальцами и отставленным большим пальцем; символ **X**, согласно той же теории, изображает две скрещенные руки или сдвоенную цифру **V**. Символы чисел **100** и **1000**, возможно, берут начало от греческих букв **Q** и **Ф**. Неизвестно, произошли ли более поздние обозначения **C** и **M** от старых римских символов или они связаны с начальными буквами латинских слов, означавших **100** (*центум*) и **1000** (*милле*). Полагают, что римский символ числа **500**, буква **D**, возник из половинки старого символа, обозначавшего **1000**.  Если не считать, что большинство римских символов скорее всего не были акрофоническими и что промежуточные символы для обозначения чисел **50** и **500** не были комбинациями символов чисел **5** и **10** или **5** и **100**, то в остальном римская система счисления напоминала аттическую. Разумеется, в деталях они отличались. |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

В целом римляне не были склонны заниматься математикой, поэтому не испытывали особой потребности в больших числах.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Тем не менее для обозначения **10 000** они эпизодически использовали символ http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/italy.gif, а для числа **100 000** – символ http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/italy2.gif. Половинки этих символов иногда использовались для обозначения чисел **5 000** (http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/italy3.gif) и **50 000** (http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/italy4.gif).  Дробей римляне избегали так же упорно, как и больших чисел. В практических задачах, связанных с измерениями, они не использовали дроби, подразделяя единицу измерения обычно на 12 частей, с тем чтобы результат измерения представить в виде составного числа, суммы кратных различных единиц, как это делается сегодня, когда длину выражают в ярдах, футах и дюймах. Английские слова **«ounce»** (унция) и **«inch»** (дюйм) происходят от латинского слова uncia (унция), обозначавшего одну двенадцатую основной единицы длины. | http://www.tspu.tula.ru/ivt/old_site/umr/timoi/solovieva/History/images/rim1.jpg | |
|  |  |  |
|  |  |  |

Такая нумерация преобладала в Италии до *XIII века*, а в других странах Западной Европы - до *XVI века*.

**III Раздел.**

**Нестандартные способы умножения чисел.**

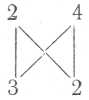
- ***Прием перекрестного умножения.***

Этот прием широко используется для умножения двухзначных чисел. Он восходит к грекам и индусам и в старину назывался «способом молнии», или «умножением крестиком». Известный русский математик Перельман также упомянул его в своей книге «Занимательная математика» и назвал «Перекрестным умножением». Сейчас этот прием практически не используется\*.

*(\*В последние годы в Американских школах этот способ снова стал входить в употребление)*

Использование приема:

Представим, что нам нужно перемножить 24 \* 32. Мысленно располагаем число по следующей схеме, одно под другим.



Теперь последовательно производим следующие действия:

1) 4 \* 2 = 8 — это последняя цифра результата.

2)2 \* 2 = 4; 4 \* 3 = 12; 4 + 12=16; 6 —предпоследняя цифра результата; 1 запоминаем.

3) 2 \* 3 = 6, да еще удержанная в уме единица, имеем 7 — это первая цифра результата.

Получаем все цифры произведения: 7, 6, 8 — 768.

После непродолжительного упражнения прием этот усваивается очень легко.

- ***Прием перекрестного умножения (+ дополнения)***

Другой способ, состоящий в употреблении так называемых «дополнений», удобно применяется в тех случаях, когда перемножаемые числа близки к 100.

Предположим, что требуется перемножить 92 \* 96. «Дополнение» для 92 до 100 будет 8, для 96 — 4. Действие производят по следующей схеме:

множители: 92 и 96

«дополнения»: 8 и 4.

Первые две цифры результата получаются простым вычитанием из множителя «дополнения» множимого или наоборот; т. е. из 92 вычитают 4 или из 96 вычитают 8. В том и другом случае имеем 88; к этому числу приписывают произведение «дополнений»: 8\*4 = 32. Получаем результат 8832.

Что полученный результат должен быть верен, наглядно видно из следующих преобразований:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **92 \* 96 =** | **88** | **\*** | **96** | **=** | **88 (100 - 4)** | **=** | **88** | **\*** | **100** | **-** | **88** | **\*** | **4** |
| **4** | **\*** | **96** | **=** | **4 (88 + 8)** | **=** | **4** | **\*** | **8** | **+** | **88** | **\*** | **4** |
|  | **92** | **\*** | **96** |  | **=** |  |  |  | **8832** | **+** | **0** |  |  |

Еще пример:

Требуется перемножить 78 на 77.

Множители: 78 и 77

«дополнения: 22 и 23»

78 — 23 = 55

(или 77-22 = 55)

22 \* 23 = 506

5500 + 506 = 6006.

Третий пример:

Перемножить 99 \* 9

Множители: 99 и 98

«дополнения: 1 и 2»

99 — 2 = 97

1 \* 2 = 2.

В данном случае надо помнить, что 97 означает здесь число сотен. Поэтому складываем

9700 + 2 = 9702.

**Этот способ использовать в уме гораздо сложнее т.к. приходится умножать двузначные числа. О быстром умножении двузначных чисел мы поговорим позднее.**

**- *Египетский прием умножения («Разложение»)***

Древнеегипетское умножение является последовательным методом умножения двух чисел. Чтобы умножать числа, им не нужно было знать таблицы умножения, а достаточно было только уметь раскладывать числа на кратные основания, умножать эти кратные числа и складывать.

Египетский метод предполагает раскладывание наименьшего из двух множителей на кратные числа и последующее их последовательное преумножение на второй множитель.

Этот прием используется и сейчас в некоторых отдаленных частях мира.

Использование приема:

Египтяне использовали систему разложения наименьшего множителя на кратные числа, сумма которых составляла бы исходное число.

Чтобы правильно подобрать кратное число, нужно было знать следующую таблицу значений:

1 x 2 = 2

2 x 2 = 4

4 x 2 = 8

8 x 2 = 16

16 x 2 = 32

Пример разложения числа 25:

Кратный множитель для числа «25» — это 16.

25 — 16 = 9,

Кратный множитель для числа «9» — это 8,

9 — 8 = 1,

Кратный множитель для числа «1» — это 1,

1 — 1 = 0

Таким образом «25» — это сумма трех слагаемых: 16, 8 и 1.

Пример:

Умножим «13» на «238»:

1 х 238= 238

4 х 238= 952

8 х 238= 1904

13 х 23= 3094

Известно, что 13 = 8 + 4 + 1. Каждое из этих слагаемых нужно умножить на 238. Получаем: 13 × 238 = (8 + 4 + 1) × 238 = 8 x 238 + 4 × 238 + 1 × 238 = 3094.

**- *Японский\* способ умножения***

***\*-в некоторых источниках - Китайский способ умножения***

Этот довольно забавный способ известен каждому, но все знают его происхождение.

Такой прием напоминает умножение столбиком, но проводится довольно долго, поэтому служит скорее для забавы учеников.

Использование приема:

Допустим, нам надо умножить 13 на 24.

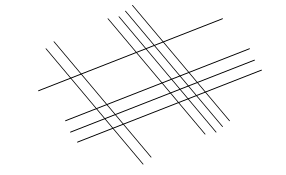
Начертим следующий рисунок:

Этот рисунок состоит из 10 линий (количество может быть любым)

**Эти линии обозначают число 24 (2 линии, отступ, 4 линии)**

**А эти линии обозначают число 13 (1 линия, отступ, 3 линии)**

Теперь нужно сосчитать пересечения линий на всех четырех концах следующим способом:

****

**(пересечения на рисунке указаны красными точками)**

**Кол-во пересечений:**

**Верхний левый край: 2**

**Нижний левый край: 6**

**Верхний правый: 4**

**Нижний правый: 12**

1)Пересечения в верхнем левом крае (2) – первое число ответа

2)Сумма пересечений нижнего левого и верхнего правого краев (6+4) – второе число ответа

3)Пересечения в нижнем правом крае (12) – третье число ответа

Получается:

2; 10; 12.

Т.к. два последних числа – двузначные и мы не можем их записать, то записываем только единицы, а десятки прибавляем к предыдущему.

3(2+1)1(0+1)2

Ответ: 312

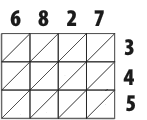
*-* ***Итальянский способ умножения («Сеткой»)***

В Италии, а также во многих странах Востока, этот способ приобрел большую известность.

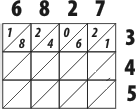
Использование приема:

Например, умножим 6827 на 345.

1. Вычерчиваем квадратную сетку и пишем одно из чисел над колонками, а второе по высоте.



2. Умножаем число каждого ряда последовательно на числа каждой колонки.

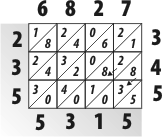
 т.е. 6\*3 = 18. Записываем 1 и 8

8\*3 = 24. Записываем 2 и 4

Если при умножении получается однозначное число, записываем вверху 0, а внизу это число.

(Как у нас в примере при умножении 2 на 3 получилось 6. Вверху мы записали 0, а внизу 6)

3. Заполняем всю сетку и складываем числа, следуя диагональным полосам. Начинаем складывать справа налево. Если сумма одной диагонали содержит десятки, то прибавляем их к единицам следующей диагонали.



**Ответ: 2355315.**

**- *Русский способ умножения.***

Этот прием умножения использовался русскими крестьянами примерно 2-4 века назад, а разработан был еще в глубокой древности.

*Суть этого способа та:*

*«На сколько мы делим первый множитель, на столько умножаем второй».*

Вот пример:

Нам нужно 32 умножить на 13. Вот как бы решили этот пример 3-4 века назад наши предки:

32 \* 13 (32 делим на 2, а 13 умножаем на 2)

16 \* 26 (16 делим на 2, а 26 умножаем на 2)

8 \* 52 (и т.д.)

4 \* 104

2 \* 208

1 \* 416 =416

Деление пополам продолжают до тех пор, пока в частном не получится 1, параллельно удваивая другое число. Последнее удвоенное число и дает искомый результат. Нетрудно понять, на чем этот способ основан: произведение не изменяется, если один множитель уменьшить вдвое, а другой вдвое же увеличить. Ясно поэтому, что в результате многократного повторения этой операции получается искомое произведение.

Однако как поступить, если при этом приходится делить пополам число нечетное?

Народный способ легко выходит из этого затруднения. Надо, - гласит правило, - в случае нечётного числа откинуть единицу и делить остаток пополам; но зато к последнему числу правого столбца нужно будет прибавить все те числа этого столбца, которые стоят против нечетных чисел левого столбца: сумма и будет искомым произведением. Практически это делают так, что все строки с четными левыми числами зачеркивают; остаются только те, которые содержат налево нечетное число.

Приведем пример (звездочки указывают, что данную строку надо зачеркнуть):

19\*17

9\*34

4 \*68\*

2 \*136\*

1 \*272

Сложив незачеркнутые числа, получаем вполне правильный результат:

17 + 34 + 272 = 323.

**Ответ: 323.**

Правильность приема станет ясна, если принять во внимание, что

19 \* 17 = (18+ 1) \* 17 = 18 \* 17 + 17

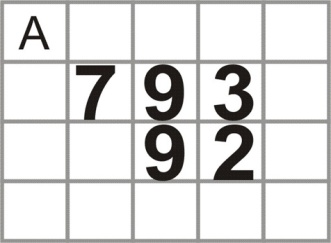
9 \* 34 = ( 8 + 1) \* 34 = 8 \* 34 + 34 и т. п.

Ясно, что числа 17, 34 и т. п., утрачиваемые при делении нечетного числа пополам, необходимо прибавить к результату последнего умножения, чтобы получить произведение.

***- Индийский способ умножения.***

**Такой способ умножения использовали в Древней Индии.**

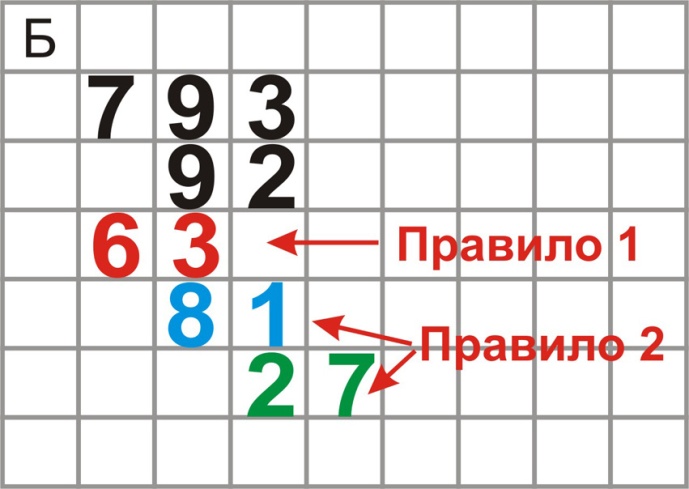
Для умножения, например, 793 на 92 напишем одно число как множимое и под ним другое как множитель. Чтобы легче ориентироваться, можно использовать сетку (А) как образец.



Теперь умножаем левую цифру множителя на каждую цифру множимого, то есть, 9х7, 9х9 и 9х3. Полученные произведения пишем в сетку (Б), имея в виду следующие правила:

Правило 1. Единицы первого произведения следует писать в той же колонке, что и множитель, то есть в данном случае под 9.

Правило 2. Последующее произведения надо писать таким образом, чтобы единицы помещались в колонке непосредственно справа от предыдущего произведения.

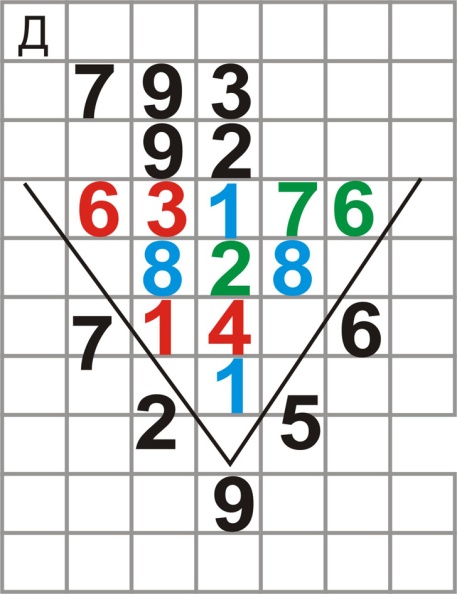


Повторим весь процесс с другими цифрами множителя, следуя тем же правилам (С).



Затем складываем цифры в колонках и получаем ответ **72956**.

Как можно видеть, мы получаем большой список произведений. Индийцы, имевшие большую практику, писали каждую цифру не в соответствующую колонку, а сверху, насколько это было возможно. Затем они складывали цифры в колонках и получали результат (Д).



***- Китайский прием умножения («Столбиком»).***

**Давний способ умножения чисел в Китае.**

Использование приема:

Умножим для примера 975 и 123. Запишем их в столбик, как обычно; затем начинаем умножать разряд за разрядом, но ничего запоминать не будем, а все запишем. 5×3=15:

9 7 5

1 2 3

-------

1

5

7×3=21, 9×3=27:

9 7 5

1 2 3

-------

2 2 1

7 1 5

5×2=10, 7×2=14, 9×2=18:

9 7 5

1 2 3

-------

2 2 1

7 1 5

1 1 1

8 4 0

975×1=975, и складываем:

9 7 5

1 2 3

-------

2 2 1

7 1 5

1 1 1

8 4 0

9 7 5

----------------

1 1 9 9 2 5

**Ответ: 119925.**

***- «Детский» способ умножения***

По-другому этот способ называется «графическим». Первое название этот прием получил за то, что был самым востребованным у детей младшего возраста.

Использование приема:

1. Допустим, нам надо умножить 23 на 34.

Нарисуем следующую схему:

2

3

1. Количество кружков в верхних двух кругах – это первое число первого множителя.(в данном случае это 2)
2. Количество кружков в нижних двух кругах – это второе число первого множителя
3. Теперь нарисуем поперечные линии в каждом из кругов следующим образом:

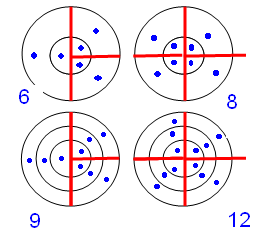
3

4

Количество линий в левых кружках – это первое число второго множителя

Количество линий в правых кружках – это второе число второго множителя.

5)



Теперь поставим в каждой области круга точку и сосчитаем количество точек в каждом круге.

1. Количество точек в первом круге – первое число ответа
2. Количество точек в последнем круге – последнее число ответа
3. Сумма точек во 2 и 3 кругах – второе число ответа

Получается:

6, 17, 12

(если числа двузначные, то первое число прибавляется к левому от него)

Итог:782

**Раздел IV.**

**Метод Трахтенберга.**

1. **Умножение на 12**

***Яков Трахтенберг (1888-1953)- еврейский математик, разработавший новую технику быстрого счета (так называемый «Метод Трахтенберга»)***

*«Правило:*

*Чтобы умножить на 12, начни с правостоящей цифры, удвой каждую цифру и прибавь её соседа. (Под соседом подразумевается цифра справа.)»*

Это даёт одну цифру результата. Если ответ содержит больше одной цифры, просто переносим 1 или 2 в следующий регистр.

Пример: 316 × 12 = 3 792:

В этом примере:

последняя цифра 6 не имеет соседей.

6 — сосед единице — 1.

единица — 1 соседка тройке — 3.

тройка — 3 соседка двум добавленным слева нулям.

второй добавленный ноль сосед первому.

6 × 2 = 12 (2 переносим 1)

1 × 2 + 6 + 1 = 9

3 × 2 + 1 = 7

0 × 2 + 3 = 3

0 × 2 + 0 = 0

1. **Умножение на 11.**

*Правило:*

*Добавь цифру к ее соседу. (Под соседом подразумевается цифра справа.)*

***Пример:***

52 х 11 = 5 (5+2) 2 = 572;

***Если сумма цифр превышает 9, то в ответ следует записать только единицы, а десятки прибавить к числу, стоящему слева:***

77 х 11 = 7 (7+7) 7 = 7 (14) 7 = 847;

В 1950 году Трахтенберг основал Математический Институт в Цюрихе, где преподавал свою систему.

Благодаря ней, тысячи школьников научились перемножать большие числа без малейших усилий.

**Правила умножения по Трахтенбергу:**

|  |  |
| --- | --- |
| Умножение на: | Правило:  (сосед – цифра справа) |
| 11 | прибавить соседа |
| 12 | удвойте цифру и прибавьте соседа |
| 6 | Прибавьте половину соседа (дроби отбросить).  Если цифра нечетная нужно еще прибавить 5 |
| 7 | удвоить цифру, прибавить 5, если она нечётная и половину соседа |
| 5 | используйте половину соседа +5, если цифра нечётна |
| 9 | вычтите из 10   * 1. вычтите из 9 и прибавьте соседа   2. уменьшите самую левую цифру на 1 |
| 8 | 1. вычтите из 10 и удвойте 2. вычтите из 9, удвойте и прибавьте соседа 3. уменьшите самую левую цифру на 2 |
| 4 | 1. вычтите из 10 и прибавьте 5, если цифра нечётная 2. вычтите из 9, прибавьте половину соседа и 5, если цифра нечётная 3. возьмите половину самой левой цифры множимого и уменьшите её на половину |
| 3 | 1. вычтите из 10, удвойте и прибавьте 5, если цифра нечётная 2. вычтите из 9, удвойте, прибавьте 5, если цифра нечётная и прибавьте половину соседа 3. возьмите половину самой левой цифры |
| 2 | удвойте каждую цифру множимого, не пользуясь соседом |
| 1 | перепишите множимое без изменений |
| 0 | 0 умноженный на любое число даёт 0 |

**V Раздел.**

**Быстрый счет от Перельмана.**

Великий русский ученый Я́ков Иси́дорович Перельма́н в своей книге «Быстрый счет» описал способы быстрого умножения больших чисел. Мы рассмотрим некоторые из них:

**Умножение на однозначное число**

1)Чтобы устно умножить число на однозначный множитель (например, 27 X 8) выполняют действие, начиная с умножения не единиц, как при письменном умножении, а иначе: умножают сначала десятки множимого (20X8 = 160), затем единицы (7\*8 =56) и оба результата складывают.

Полезно также знать на память таблицу умножения до 19\*10:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
| **11** | 22 | 33 | 44 | 55 | 66 | 77 | 88 | 99 | 110 |
| **12** | 24 | 36 | 48 | 60 | 72 | 84 | 96 | 108 | 120 |
| **13** | 26 | 39 | 52 | 65 | 78 | 91 | 104 | 117 | 130 |
| **14** | 28 | 42 | 56 | 70 | 84 | 98 | 112 | 126 | 140 |
| **15** | 30 | 45 | 60 | 75 | 90 | 105 | 120 | 135 | 150 |
| **16** | 32 | 48 | 64 | 80 | 96 | 112 | 128 | 144 | 160 |
| **17** | 34 | 51 | 68 | 85 | 102 | 119 | 136 | 153 | 170 |
| **18** | 36 | 54 | 72 | 90 | 108 | 126 | 144 | 162 | 180 |
| **19** | 38 | 57 | 76 | 95 | 114 | 133 | 152 | 171 | 190 |

Зная эту таблицу, можно умножение, например, 147\*8 выполнить в уме так: 147\*8-140\*8+7\*8= 1120 + 56= 1176

1. Когда одно из умножаемых чисел разлагается на однозначные множители, удобно бывает последовательно умножать на эти множители. Например: 225\*6=225\*2\*3=450\*3=1350

**Умножение на двузначное число**

1)Если оба множителя двузначные, мысленно разбивают один из них на десятки и единицы. Например:

29\*12=29\*10+29\*2=290+58= 348

41\*16=41\*10+41\*6 = 410+246 =656

(или 41\*16=16\*41 = 16\*40+16\*1=640+16=656

Разбивать на десятки и единицы выгоднее тот множитель, в котором они выражены меньшими числами.

2)Если множимое или множитель легко разложить в уме на однозначные числа (напр., 14 = 2\*7), то пользуются этим, чтобы уменьшить один из множителей, увеличив другой во столько же раз Например:

45\*14 =90\*7=630

**Умножение на 4 и на 8**

Чтобы устно умножить число на 4, его дважды удваивают. Например:

112\*4 =224\*2=448

335\*4 = 670\*2 =1340

Чтобы устно умножить число на 8, его трижды удваивают. Например:

217\*8 = 434\*4=868\*2=1736

(Eще удобнее: 217\*8=200\*8 +17\*8= 1600\*13=1736.

**Деление на 4 и на 8**

Чтобы устно разделить число на 4, его дважды делят пополам. Например:

76:4 =38:2=19

236:4=118:2=59

Чтобы устно разделить число на 8, его трижды делят пополам. Например:

464:8=232:4=116:2=58

516:8=258:4=129:2= 64 1/2

**Умножение на 5 и на 25**

Чтобы устно умножить число на 5 умножают его на 10/2, т. е. приписывают к числу ноль и делят пополам. Например:

74\*5= 740:2= 370

243\*5=2430:2=1215

При умножении на 5 числа четного удобнее сначала делить пополам и к полученному приписать ноль. Например:

74\*5 = 74/2\*10=370

Чтобы устно умножить число на 25, умножают его на 100/4 , т. е.—если число кратно 4-х —делят на 4 и к частному приписывают два ноля. Например:

72\*25=72/4\*100= 1800

Если же число при делении на 4 дает остаток, то прибавляют

при остатке: к частному

1 25

2 50

3 75

Основание приема ясно из того, что

100:4=25;

200:4=50;

300:4=75

**Умножение на 11/2, на 1 1/4, на 21/2, на 3/4**

Чтобы устно умножить число на 11/2 прибавляют к множимому его половину. Например:

34\*11/2 = 34 + 17=51

23\*11/2=23 + 111/2 = 341/2 (или 34,5)

Чтобы устно умножить число на 11/4 Прибавляют к множимому его четверть. Например:

48\*11/4 =48 +12=60

58\*11/4 = 58+14 1/2=721/2 или 72,5

Чтобы устно умножить число на 21/2. к удвоенному числу прибавляют половину множимого.

Например: 18\*21/2.=36+9= 45;

39\*21/2.= 78 + 191/2.= 971/2 (или 97,5)

Другой способ состоит в умножении на 5 и делении пополам:

18\*21/2 = 90:2 = 45

Чтобы устно умножить число на 3/4 (т. е. чтобы найти 3/4 этого числа), умножают число на 11/2 и делит пополам. Например:

30 \* 3/4 = (30+15)/2= 221/2 (или 22,5)

Видоизменение способа состоит в том, что от множимого отнимают его четверть или к половине множимого прибавляют половину этой половины.

**Умножение на 15, на 125, на 75**

Умножение на 15 заменяют умножением на 10 и на 11/2, (потому что 10\*11/2 =15) Например:

18\*15=18\*11/2\*10=270

45\*15=450+225=675

Умножение на 125 заменяют умножением на 100 и на 11/4 (потому что 100\*11/4=125). Например:

26\*125 = 26\*100\*11/4 = 2600 + 650 = 3250

47\*125 = 47\*100\*11/4 = 4700+4700/4= 4700+1175 = 5875

Умножение на 75 заменяют умножением на 100 и на 3/4 (потому что 100\*3/4=75). Например:

18\*75= 18\*100\*3/4 =1800\* 3/4 =(1800 + 900)/2=1350

**Умножение на 9 и на 11**

Чтобы устно умножить число на 9, приписывают к нему ноль и отнимают множимое. Например:

62\*9=620-62=600—42=558

73\*9=730-73=700—43=657

Чтобы устно умножить число на 11, приписывают к нему ноль и прибавляют множимое. Например:

87\*11=870+87=957

**Деление на 5, на 11/2,на 15**

Чтобы устно разделить число на 5, отделяют запятой в удвоенном числ-последнюю цифру. Например:

68:5=136:10=13,6

237:5 =474:10=47,4

Чтобы устно разделить число на 11/2 делят удвоенное число на 3. Например:

36:11/2=72:3=24

53:11/2=106:3=351/3

Чтобы устно разделить число на 15, делят удвоенное число на 30. Например

240:15=480:30=48:3=16

462:15=924:30=3024/30=304/5=30,8 (или 924:30 =308:10=30,8)

**Возвышение в квадрат**

Чтобы возвысить в квадрат число, оканчивающееся цифрой 5 (например 85), умножают число десятков (8) на него же плюс единица (8\*9=72) и приписывают 25 (в нашем примере получается 7225). Еще примеры:

252; 2\*3=6; 625

452; 4\*5= 20; 2025

1452; 14\*15 = 210; 21025

Прием этот вытекает из формулы (10х+5)2 = 100х2+100х+25=100х(х+1)+25

Сейчас указанный прием приложим и к десятичным дробям, оканчивающимся цифрой 5:

8,52 = 72,25

14,52=210,25

0,352 = 0,1225f и т. п.

Так как 0,5= ½, а 0,25 = ¼, то приемом § 25 можно пользоваться также и для возвышения в квадрат чисел, оканчивающихся дробью ½:

(8½ )2 =72 ¼

(14½)2 = 210 ¼ и т п.

При устном возвышении в квадрат часто удобно бывает пользоваться формулой (a +-b)2 = a2 +b2+- 2ab.

Например: 412=402 +1+2\*40= 1601+80= 1681

692=702+1-2\*70=4901-140=4761

362 =(35+1)2=1225+1+ 2\*35=1296

Прием удобен для чисел, оканчивающихся на 1, 4, 6 и 9.

**Вычисления по формуле**

**(а+b) (а-b) = а2 — b2**

Пусть требуется выполнить устно умножение 52\*48

Мысленно представляем эти множители в виде (50 + 2)\*(50—2)

и применяем приведенную в заголовке формулу:

(50+2)\*(50—2)=502-22= 2496

Подобным же образом поступают во всех вообще случаях, когда один множитель удобно представить в виде суммы двух чисел, другой — в виде разности тех же чисел:

69\*71=(70—1)\*(70+1)=4899

33\*27=(30+3)\*(30—3)=891

53\*57=(55—2)\*(55+2)=3021

84\*86=(85-1)\*(85+1)=7224

Указанным сейчас приемом удобно пользоваться и для вычислений следующего рода:

7 ½\*6½=(7 + ½ )\*(7 — ½)=48 ¾

11 3/4\*12 1/4= (12 - 1/4)\*(12 +1/4) =143 15/16

Полезно запомнить:

37\*З =111

Запомнив это, легко выполнять устно умножение числа 37 на 6, 9, 12 и т. п.

37\*6=37\*3\*2=222

37\*9=37\*3\*3=333

37\*12=37\*3\*4=444

37\*15=37\*3\*5 =555 и т. д,

7\*11\*13=1001

Запомнив это, легко выполнять устно умножения следующего рода:

77\*13=1001

77\*26=2002

77\*39=3003 и т. д.

91\*11=1001

91\*22=2002

91\*33=3003 и т. д.

143\*7=1001

143\*14=2002

143\*21=3003 и т. д.

**VI Раздел.**

**Таблица Оконешникова.**

Этот способ быстрого умножения был изобретен совсем недавно кандидатом философских наук Василием Оконешниковым.

Учёный утверждает, что человек способен запоминать огромный запас информации, главное – как эту информацию расположить.

По мнению самого учёного, наиболее выигрышной в этом отношении является девятеричная система – все данные просто располагают в девяти ячейках, расположенных, как кнопочки на калькуляторе

Описание метода:

К примеру, умножим число 15647 на 5. В части таблицы, соответствующей пятёрке, выбираем числа, соответствующие цифрам числа по порядку: единице, пятёрке, шестёрке, четвёрке и семёрке. Получаем: 05 25 30 20 35

Левую цифру (в нашем примере - ноль) оставляем без изменений, а следующие складываем попарно: пятёрку с двойкой, пятёрку с тройкой, ноль с двойкой, ноль с тройкой. Последняя цифра также без изменений.

В итоге получаем: 078235. Число 78235 и есть результат умножения.

|  |
| --- |
| http://www.xsp.ru/pub/pub00399/1.gif |

Если же при сложении двух цифр получается число, превосходящее девять, то его первая цифра прибавляется к предыдущей цифре результата, а вторая пишется на «своё» место.

В заключение я хочу сказать, что в мире существует еще очень много интересных способов умножения чисел, у каждого из этих способов есть свои преимущества и недостатки. Тот способ, которым пользуемся мы, является самым распространенным и привычным, но далеко не самым простым. Каждый может выбрать любой, из предложенных мной методов умножения и употребить его на практике.

Литература:

Яков Исидорович Перельман «Быстрый счет».

Шапиро А.Д., Зачем нужно решать задачи? – М.: Просвещение, 1996.

Кордемский Б.А. Увлечь школьников математикой. – М.:Просвещение, 1981.